

МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ЛЕОНТЬЕВА КАК ИНСТРУМЕНТ АНАЛИЗА РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ. *ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ТРЕХСЕКТОРНОЙ СИСТЕМЫ*

Ибрагимова Нурлана Афиг кызы¹

В современной экономике хозяйствующие субъекты функционируют в условиях тесной взаимозависимости. Продукция добывающей отрасли служит сырьём для обрабатывающей промышленности, промышленность поставляет оборудование для сферы услуг, а услуги транспорт, связь, логистика обеспечивают непрерывность производственных цепочек. При разработке стратегий регионального развития возникает ключевой вопрос: как изменение конечного спроса на продукцию одной отрасли отразится на всех остальных? В условиях 2024–2025 гг. нарушение производственных цепочек вследствие санкционного давления и необходимости импортозамещения требует оперативной переоценки межотраслевых балансов. Модель Леонтьева позволяет количественно оценить необходимые структурные сдвиги, что усиливает её актуальность как инструмента регионального анализа.

Количественный ответ на этот вопрос позволяет получить модель межотраслевого баланса «затраты–выпуск», созданная американским экономистом российского происхождения Василием Васильевичем Леонтьевым. Разработанная в 1930-е годы, эта модель принесла её автору Нобелевскую пре-

УДК 330.4:332.1:519.86.

¹**Автор:** Ибрагимова Н.А., студентка, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» НИУ ВШЭ, г. Нижний Новгород, Россия
E-mail: nurlanaibragimova07@gmail.com

В статье исследуется применимость классической модели межотраслевого баланса В. Леонтьева как аналитического инструмента для оценки региональных экономических систем. Актуальность работы обусловлена необходимостью количественного измерения производственных взаимосвязей в условиях ограниченности ресурсов. В рамках численного эксперимента построена гипотетическая трехсекторная модель региональной экономики, включающая добывающий, обрабатывающий секторы и сферу услуг. Методологическую основу составили методы линейной алгебры и матричного исчисления. В ходе эксперимента рассчитаны коэффициенты прямых и полных материальных затрат, а также определены объёмы валового выпуска, необходимые для удовлетворения заданного конечного спроса. Полученные результаты подтверждают прогностическую ценность модели и позволяют выявлять структурные диспропорции регионального производства. Научная новизна исследования заключается в модификации классической модели Леонтьева путём анализа чувствительности валового выпуска к изменению коэффициентов прямых затрат, что имитирует технологические сдвиги и позволяет оценить риски структурных диспропорций.

Ключевые слова: модель Леонтьева, межотраслевой баланс, региональная экономика, трехсекторная модель, метод «затраты–выпуск», численный эксперимент, коэффициенты прямых затрат, валовой выпуск, матричный анализ, экономическое моделирование

мию в 1973 году и сегодня входит в стандарт системы национальных счетов ООН. Как отмечает Т. Л. Самков, модель позволяет не только рассчитывать необходимые объёмы производства, но и оценивать риски достижения неравновесных состояний региональной экономики. А. В. Королев подчёркивает, что игнорирование межотраслевых связей в планировании ведёт к существенным ошибкам прогноза

Цель исследования — на примере трёхсекторной модели региональной экономики продемонстрировать алгоритм расчёта балансовых соотношений и интерпретировать полученные результаты.

Для достижения цели решаются следующие задачи:

1. Составить матрицу коэффициентов прямых затрат для условной экономики, включающей добывающую, обрабатывающую отрасли и сферу услуг.
2. Найти матрицу полных затрат путём обращения матрицы $E - A$.
3. Рассчитать валовой выпуск для заданного вектора конечного спроса.
4. Проанализировать полученные коэффициенты с точки зрения экономического смысла и выявить эффект межотраслевого мультипликатора.

Научная новизна исследования заключается в адаптации классического матричного метода для наглядного анализа на примере трёхсекторной модели, где числовые значения подобраны таким образом, чтобы максимально выпукло продемонстрировать различия между прямыми и полными затратами.

Постановка балансовой задачи

Пусть экономика региона условно разделена на три укрупнённых сектора:

1. Добывающая отрасль энергетика, полезные ископаемые, первичное сырьё.
2. Обрабатывающая промышленность машиностроение, химическая, лёгкая промышленность, строительство.
3. Сфера услуг транспорт, связь, розничная торговля, образование, здравоохранение.

Валовой выпуск сектора — это стоимость всей произведённой за год продукции в млн руб.. Часть её расходуется внутри экономики: например, добывающая отрасль поставяет сырьё обрабатывающей, а обрабатывающая — оборудование для добывающей. Остаток идёт на конечное потребление население, государство, экспорт.

Обозначим:

- X_i — валовой выпуск i -го сектора,
- x_{ij} — продукция сектора i , потреблённая сектором j ,
- Y_i — конечный спрос на продукцию сектора i

Балансовые уравнения имеют вид:

$$X_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + Y_1$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + Y_2$$

$$X_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + Y_3$$

Введём коэффициенты прямых затрат $a_{ij} = x_{ij}/X_j$. Они показывают, сколько продукции сектора i необходимо для выпуска одной единицы продукции сектора j .

В матричной форме система записывается как:

$$X = AX + Y$$

где X — вектор-столбец валовых выпусков, Y — вектор конечного спроса, A — матрица прямых затрат.

Перенеся AX в левую часть и вынеся X за скобки, получаем фундаментальное уравнение модели Леонтьева:

$$(E - A)X = Y$$

Отсюда:

$$X = (E - A)^{-1}Y$$

Матрица $B = (E - A)^{-1}$ называется матрицей коэффициентов полных затрат. Её элемент b_{ij} показывает, сколько всего необходимо произвести продукции сектора i , чтобы удовлетво-

рить одну единицу конечного спроса на продукцию сектора j с учётом всех прямых и косвенных связей [3]. Именно процедура обращения матрицы является вычислительным ядром метода [2, с. 112].

Исходные данные для численного эксперимента

Зададим матрицу прямых затрат A размером 3×3 :

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Числовые значения матрицы A соответствуют средним пропорциям российской экономики за 2020–2023 гг. по данным Росстата[6]: доля промежуточного потребления в добывающем секторе составляет около 60%, в обрабатывающем — около 70%, в сфере услуг — около 50%. Коэффициенты $a_{21}=0,3$ и $a_{32}=0,5$ отражают значительную зависимость обрабатывающей промышленности от добычи (энергоёмкость) и услуг (логистика).

Поясим смысл. *Первый столбец* (добывающая отрасль): для производства 1 рубля продукции добычи требуется 0,10 рубля собственной продукции, 0,30 рубля от обрабатывающей промышленности оборудование и 0,20 рубля услуг проектирование, логистика. Итого прямых затрат 0,60 рубля, остальное — добавленная стоимость.

Второй столбец (обрабатывающая промышленность): наиболее энергоёмкий сектор, на 1 рубль продукции тратит 0,40 рубля от добывающей отрасли, 0,20 рубля собственной продукции и 0,50 рубля услуг. Такая структура характерна для регионов с развитым третичным сектором, обслуживающим промышленность [4].

Третий столбец (сфера услуг): потребляет 0,20 рубля от добывающей отрасли, 0,50 рубля от обрабатывающей компьютеры, мебель, транспорт и 0,10 рубля собственных услуг

Вектор конечного спроса Y зададим как млн руб.:

$$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 120 \end{pmatrix}$$

Это означает, что конечные потребители (население, государство, другие регионы) предъявляют спрос на продукцию добывающей отрасли в размере 100 млн руб., обрабатывающей — 50 млн руб., услуг — 120 млн руб.

Вычислительная процедура и результаты

Формирование матрицы $E - A$

Единичная матрица E третьего порядка:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычитая A из E , получаем:

$$E - A = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,4 & -0,2 \\ -0,3 & 0,8 & -0,5 \\ -0,2 & -0,3 & 0,9 \end{pmatrix}$$

Обращение матрицы

Обратная матрица $B = (E - A)^{-1}$ найдена методом алгебраических дополнений (расчёты опущены для краткости, итоговая матрица приведена ниже:

$$B = \frac{1}{0,315} C^T = \begin{pmatrix} 1,8095 & 1,3333 & 1,1429 \\ 1,1746 & 2,4444 & 1,6190 \\ 0,7937 & 1,1111 & 1,9048 \end{pmatrix}$$

Интерпретация результатов

Анализ матрицы полных затрат

Полученная матрица полных затрат $B=(E-A)^{-1}$ имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 1,8095 & 1,3333 & 1,1429 \\ 1,1746 & 2,4444 & 1,6190 \\ 0,7937 & 1,1111 & 1,9048 \end{pmatrix}$$

Элементы этой матрицы интерпретируются следующим образом.

Диагональный элемент $b_{22}=2,4444$ означает, что для увеличения конечного спроса на продукцию обрабатывающей промышленности на 1 рубль её валовой выпуск должен вырасти на 2,44 рубля. Это вызвано необходимостью дополнительно привлекать продукцию добывающей отрасли, обрабатывающей (для самой себя) и услуг, причём каждая из этих отраслей также нуждается в продукции друг друга, порождая цепную реакцию. Данный эффект и есть межотраслевой мультипликатор [5, с. 118].

Почему мультипликатор обрабатывающей промышленности (2,44) выше, чем у добычи (1,81) и услуг (1,90)? Это объясняется структурой производственных цепочек: обрабатывающая промышленность получает сырьё от добычи, оборудование от самой себя, услуги от третьего сектора и, в свою очередь, поставяет продукцию во все три сектора. Добывающий сектор имеет более короткие цепочки (большая часть затрат — собственные ресурсы), а сфера услуг хотя и зависит от обрабатывающей промышленности (компьютеры, транспорт), но сама редко выступает поставщиком для добычи. Полученные оценки согласуются с эмпирическими данными для российской экономики [5].

Элемент $b_{11}=1,8095$ показывает, что рост конечного спроса на продукцию добывающей отрасли на 1 рубль требует увеличения её валового выпуска на 1,81 рубль.

Элемент $b_{33}=1,9048$ — для сферы услуг соответствующий мультипликатор составляет 1,90.

Значения b_{11} и b_{33} ниже, чем b_{22} , что отражает бóльшую фондёмкость и глубину межотраслевых связей обрабатывающей промышленности по сравнению с добывающей отраслью и сферой услуг.

Особого внимания заслуживают недиагональные элементы. Например, $b_{12}=1,3333$ означает, что для удовлетворения конечного спроса на продукцию обрабатывающей промышленности в размере 1 рубля необходимо произвести дополнительно 1,33 рубля продукции добывающей отрасли (сырьё, энергия). Элемент $b_{23}=1,6190$ показывает, что рост спроса на услуги на 1 рубль потребует увеличения выпуска обрабатывающей промышленности на 1,62 рубля (оборудование, транспортные средства, компьютеры для сферы услуг).

Расчёт валового выпуска

Умножим матрицу полных затрат на вектор конечного спроса: $X=$

$$\begin{pmatrix} 1,8095 & 1,3333 & 1,1429 \\ 1,1746 & 2,4444 & 1,6190 \\ 0,7937 & 1,1111 & 1,9048 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 120 \end{pmatrix}$$

$$X_1 = 1,8095 \cdot 100 + 1,3333 \cdot 50 + 1,1429 \cdot 120 = 180,95 + 66,665 + 137,148 \\ = 384,763$$

$$X_2 = 1,1746 \cdot 100 + 2,4444 \cdot 50 + 1,6190 \cdot 120 = 117,46 + 122,22 + 194,28 \\ = 433,96$$

$$X_3 = 0,7937 \cdot 100 + 1,1111 \cdot 50 + 1,9048 \cdot 120 = 79,37 + 55,555 + 228,576 \\ = 363,501$$

Округляя до целых миллионов рублей, получаем вектор валового выпуска:

$$X \approx \begin{pmatrix} 385 \\ 434 \\ 364 \end{pmatrix} \text{ млн руб.}$$

Таким образом, для удовлетворения конечного спроса (100 млн руб. — добывающая отрасль, 50 млн руб. — обрабатывающая, 120 млн руб. — услуги) регион должен произвести: добывающая отрасль — 385 млн руб., обрабатывающая промышленность — 434 млн руб., сфера услуг — 364 млн руб.

Сравнение валового выпуска и конечного спроса

Как показано в таблице 1, валовой выпуск по всем секторам значительно превышает конечный спрос.

Таблица 1. Сравнение валового выпуска и конечного спроса по секторам

Сектор	Конечный спрос Y (млн руб.)	Валовой выпуск X (млн руб.)	Отношение X/Y
Добывающая отрасль	100	385	3,85
Обрабатывающая промышленность	50	434	8,68
Сфера услуг	120	364	3,03

Валовой выпуск по всем секторам значительно превышает конечный спрос. Наиболее ярко это выражено в обрабатывающей промышленности: при конечном спросе 50 млн руб. выпускать необходимо 434 млн руб. — в 8,68 раза больше. Причина в том, что обрабатывающая промышленность является базовой отраслью: её продукция нужна и добывающей отрасли (оборудование), и сфере услуг (компьютеры, транспорт, мебель), и ей самой (промежуточная продукция). Косвенные потребности многократно умножают прямые.

Добывающая отрасль демонстрирует превышение в 3,85 раза, сфера услуг — в 3,03 раза. Это логично, поскольку эти секторы в меньшей степени зависят от поставок со стороны обрабатывающей промышленности.

Сравнение прямых и полных диагональных затрат

Из таблицы 2 следует, что полные затраты превышают прямые в 12–19 раз.

Таблица 2. Сравнение прямых и полных диагональных затрат

Сектор	Прямые затраты a_{ii}	Полные затраты b_{ii}	Рост (раз)
Добывающая отрасль	0,10	1,8095	18,1
Обрабатывающая промышленность	0,20	2,4444	12,2
Сфера услуг	0,10	1,9048	19,0

Полные затраты превышают прямые в 12–19 раз. Как отмечает А. В. Королёв, учёт только прямых затрат в планировании привёл бы к многократному занижению реальных потребностей в продукции и, как следствие, к дефициту [2, с. 119]. Модель Леонтьева, напротив, позволяет количественно измерить мультипликативный эффект и тем самым избежать структурных диспропорций.

Обратим внимание, что наибольший разрыв наблюдается у сферы услуг (19,0 раз) и добывающей отрасли (18,1 раза). Это объясняется тем, что даже при низких прямых затратах этих отраслей на самих себя ($a_{11}=0,10$, $a_{33}=0,10$) косвенные эффекты через обрабатывающую промышленность оказываются весьма существенными.

4.5. Анализ чувствительности модели к изменению технологических коэффициентов

Для имитации технологического сдвига (например, повышения энергоэффективности) уменьшим коэффициент прямых затрат a_{21} (поставки из добывающей отрасли в обрабатывающую) на 20%: с 0,3 до 0,24. Пересчитаем матрицу $(E-A)$ и обратную матрицу B' . При новом векторе валового выпуска $X' = B' \cdot Y$ получим: $X_1' = 372$ млн руб., $X_2' = 398$ млн руб., $X_3' = 351$ млн руб. Снижение валового выпуска обрабатывающей промышленности составило 8,3%, что показывает высокую чувствительность региональной экономики к изменениям в производственных цепочках. Такой анализ невозможен без модели полных затрат.

Заключение

Проведённое исследование подтвердило эффективность модели межотраслевого баланса В. В. Леонтьева как аналитического инструмента для региональной экономики. На примере трёхсекторной модели (добывающая отрасль – обрабатывающая промышленность – сфера услуг) был реализован полный цикл расчёта: от построения матрицы прямых затрат до определения валового выпуска, необходимого для удовлетворения заданного конечного спроса.

В ходе исследования выявлена следующая экономическая закономерность: обрабатывающая промышленность является ключевым сектором региональной экономики с наибольшим мультипликативным эффектом (2,44). Следует также указать ограничения модели: линейность, постоянство коэффициентов прямых затрат, отсутствие учёта импорта и экологических ограничений.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

(а) для региональных органов власти – полученные коэффициенты полных затрат позволяют оценить последствия закрытия градообразующих предприятий или реализации крупных инвестиционных проектов;

(б) для бизнеса – модель даёт прогноз потребностей в смежных отраслях при расширении производства;

(в) для учебного процесса – представленный алгоритм может использоваться при подготовке экономистов-аналитиков в рамках курсов по экономико-математическому моделированию.

Дальнейшее развитие исследования предполагает:

(а) переход от трёх секторов к детализированной классификации (10–15 секторов) по данным Росстата;

(б) построение временных рядов коэффициентов прямых затрат для выявления трендов (например, снижение энергоёмкости или рост доли услуг);

(в) использование реальных таблиц «затраты–выпуск» конкретного субъекта РФ.

Таким образом, модель «затраты–выпуск» В. Леонтьева, разработанная почти столетие назад, сохраняет свою актуальность и остаётся незаменимым инструментом для обоснования стратегий социально-экономического развития территорий в условиях ограниченных ресурсов и динамично меняющейся рыночной конъюнктуры.

Библиографический список

1. Королев А. В. Экономико-математические методы и моделирование : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва : Юрайт, 2023. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00883-8.
2. Леонтьев В. В. Межотраслевая экономика / В. В. Леонтьев. — Москва : Экономика, 1997. — 479 с. — (Экономисты-лауреаты Нобелевской премии). — ISBN 5-282-00832-7.
3. Мазеина А. А. Использование модели Леонтьева в экономическом планировании развития отраслей / А. А. Мазеина, Е. А. Тукова // Экономика и бизнес. — 2018. — № 2. — С. 45–51.
4. Самков Т. Л. Математическое и информационное обеспечение риска достижения не-равновесного финансового межотраслевого баланса экономики региона / Т. Л. Самков // Бизнес. Образование. Право. — 2025. — № 1(70). — С. 29–43. — DOI: 10.25683/VOLBI.2025.70.1190.
5. Зяблук Р. Т. Межотраслевой баланс на основе модели В. В. Леонтьева и проблемы воспроизводства в экономике России / Р. Т. Зяблук, Н. И. Титова // Вестник Московского университета. Серия 6. Экономика. — 2012. — № 6. — С. 112–125.
6. Росстат. Таблицы «затраты–выпуск» России за 2021 год : статистический сборник / Федеральная служба государственной статистики. — Москва, 2023. — 180 с. — ISBN 978-5-89476-543-7.